

# CONCOURS GENERAL DES LYCEES

SESSION 2007

## COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES

(Classe de terminale S)

DUREE : 5 heures

*Calculatrice autorisée*

### **QUAND VOITURE RIME AVEC NATURE POUR UNE MEILLEURE GESTION DE L'ENERGIE EN VOITURE**

Ce problème est composé de trois parties indépendantes. Une lecture attentive est nécessaire afin d'effectuer une bonne synthèse des données fournies dans l'énoncé.

La longueur de l'épreuve ne doit pas dérouter le candidat. La diversité des questions posées doit lui permettre, au contraire, de tirer le meilleur profit de ses connaissances et de sa capacité d'analyse.

Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes.

Si, au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La plus grande importance sera donnée à la qualité de la rédaction et de la présentation des résultats obtenus. Il est rappelé en particulier qu'une application numérique sans unité est sans valeur et que le nombre de chiffres significatifs doit être cohérent avec les données de l'énoncé.

# QUAND VOITURE RIME AVEC NATURE

## POUR UNE MEILLEURE GESTION DE L'ÉNERGIE EN VOITURE

La voiture est le moyen de transport le plus utilisé dans les pays industrialisés. Afin de protéger l'environnement et d'utiliser au mieux l'énergie propulsive en évitant toute émission polluante, il convient de repenser le mode de fonctionnement d'une voiture. Comment sera faite la voiture de demain ?

Les chercheurs, les ingénieurs et les constructeurs automobiles travaillent ensemble dans cette voie et testent des prototypes avec de nouvelles motorisations, de nouveaux carburants et même de nouvelles sources d'énergie qui permettront bientôt de voyager plus proprement et avec des rendements meilleurs qu'aujourd'hui.

Ce problème propose une étude de quelques innovations technologiques qui équiperont les futures voitures dans un avenir plus ou moins proche. Le sujet se compose de trois parties indépendantes :

### PARTIE A : LES ENERGIES DE LA PROPULSION

Les *biocarburants* sont des carburants issus de cultures végétales (colza, tournesol, canne à sucre...) et sont une alternative aux énergies fossiles actuellement utilisées (pétrole essentiellement). Leurs pouvoirs calorifiques importants en font des candidats potentiels pour remplacer efficacement l'essence traditionnelle. Nous traiterons dans cette partie l'exemple de l'éthanol.

La *pile à combustible* est une source d'énergie qui intéresse particulièrement les constructeurs puisqu'elle ne rejette ... que de l'eau ! Basée sur le principe inverse de l'électrolyse de l'eau, la pile à combustible promet d'être riche en phénomènes physico-chimiques et nécessitera des infrastructures bien spécifiques pour être utilisée à grande échelle dans les voitures de demain.

### PARTIE B : UN MOTEUR ELECTRIQUE POUR SE METTRE AU COURANT

Les constructeurs automobiles équipent de plus en plus leurs modèles avec un *moteur électrique*, selon des technologies hybrides par exemple (moteur thermique couplé à un moteur électrique). Comment fonctionne un moteur électrique ? Nous verrons en particulier que le moteur électrique permet de récupérer de l'énergie habituellement perdue sous forme thermique ! La mesure du rendement d'un moteur électrique expérimental sera également une part essentielle de notre étude.

### PARTIE C : UNE VOITURE EN FORME...

La *forme aérodynamique* d'un véhicule détermine considérablement la force de frottement de l'air qui s'oppose au déplacement. Afin de minimiser cette force de frottement et donc la consommation d'énergie, il faut concevoir, comme pour les avions, des véhicules aux formes adaptées pour une meilleure pénétration dans l'air. Quel est donc le profil idéal ? L'expression de la force de frottement dépend-elle du régime d'écoulement de l'air autour de la voiture et quelle est l'influence du coefficient de traînée sur la consommation en carburant ? Nous verrons sur un exemple que les constructeurs ne sont pas en manque d'idées pour concevoir des véhicules aux formes surprenantes et aux capacités inégalées.

# PARTIE A

## LES ENERGIES DE LA PROPULSION

Le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) est un *gaz à effet de serre* : sa présence dans l'atmosphère terrestre est nécessaire pour maintenir une température propice à la vie sur Terre, mais, en trop grande quantité, le  $CO_2$  risque de provoquer une rapide augmentation de la température sur notre planète. Quelques degrés en plus causeraient en effet la fonte des glaciers, la montée du niveau des eaux océaniques, un dérèglement important du climat... La réduction des émissions de  $CO_2$  dans l'atmosphère est donc aujourd'hui devenue une nécessité.

Une voiture actuelle libère pas moins de 100 g de  $CO_2$  par kilomètre parcouru (ce chiffre passe à 500 g/km pour les voitures « gourmandes », voiture de sport ou 4x4) ! Parmi les solutions les plus avancées aujourd'hui pour réduire les émissions de  $CO_2$  lors de l'utilisation de l'automobile on trouve ainsi :

- *les biocarburants*, qui permettent d'utiliser le cycle naturel du carbone sans brûler les énergies fossiles stockées depuis des millions d'années dans les profondeurs de la Terre ;
- *les piles à combustibles* ou *piles à hydrogène*, sources d'énergie électrique non polluantes puisqu'elles ne libèrent dans l'atmosphère que de l'eau !

Nous allons nous intéresser dans la suite à ces nouvelles énergies et à leur utilisation pratique dans le cadre de l'industrie automobile.

### I. *Les biocarburants : exemple de l'éthanol $C_2H_6O$*

#### 1.1 Présentation

L'éthanol est un alcool primaire directement issu par exemple des cultures de betteraves ou de blé, après fermentation des sucres.

- 1.1.1 Donner la formule semi-développée de l'éthanol. Identifier la fonction *alcool*.
- 1.1.2 Calculer la masse molaire moléculaire de l'éthanol  $M_{\text{éthanol}}$ . On donne :  $M_H = 1,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ,  $M_C = 12 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$  et  $M_O = 16 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .
- 1.1.3 Pourquoi dit-on que l'éthanol est un alcool primaire ? Donner un exemple d'alcool secondaire et d'alcool tertiaire. On nommera chaque composé.
- 1.1.4 Que devient l'éthanol après une réaction d'oxydation *ménagée* par le dioxygène ? Que devient l'éthanol après une oxydation *forte* par le dioxygène ? On donnera le nom et la formule semi-développée des produits obtenus dans chaque cas. Identifier et nommer les fonctions organiques correspondantes. Les équations chimiques ne sont pas demandées.
- 1.1.5 Citer un ou des produits usuels dans lesquels on trouve couramment la forme la plus oxydée de l'éthanol.

#### 1.2 Combustion de l'éthanol

On veut utiliser l'énergie libérée par la combustion complète de l'éthanol dans le dioxygène de l'air pour alimenter le moteur thermique d'une automobile.

- 1.2.1 Sachant que la combustion complète de l'éthanol ne produit que de l'eau et du dioxyde de carbone, écrire l'équation bilan modélisant la combustion.
- 1.2.2 Quelle différence essentielle y-a-t-il entre une réaction d'oxydation par  $O_2$  et la réaction de combustion par  $O_2$  ?
- 1.2.3 On précise que la réaction est complète. Qu'est-ce alors qu'une combustion incomplète ? En quoi une combustion incomplète est-elle dangereuse pour la santé ? Proposer une

équation bilan modélisant la combustion incomplète de l'éthanol. Comment peut-on expérimentalement éviter une telle situation ?

### 1.3 Energie libérée par la réaction de combustion

Soit une molécule contenant la liaison  $A-B$  entre les atomes  $A$  et  $B$ . Par définition, l'énergie de liaison  $D_{A-B}$  est l'énergie qu'il faut *apporter* pour dissocier 1 mole de liaisons  $A-B$  et ainsi séparer les atomes  $A$  et  $B$  à l'état gazeux. En outre,  $D_{A-B}$  est également l'énergie *libérée* lors de la formation d'une mole de liaisons  $A-B$  à partir des atomes  $A$  et  $B$  pris séparément à l'état gazeux.

On considère la réaction de combustion complète de l'éthanol dans le dioxygène de l'air. On donne dans le *tableau 1* ci-dessous les énergies de liaisons  $D_{A-B}$  des liaisons  $A-B$  intervenant dans la réaction.

Liaison	$D_{A-B}$ (kJ.mol <sup>-1</sup> )	Liaison	$D_{A-B}$ (kJ.mol <sup>-1</sup> )
$C-H$	410	$O-H$	460
$C-C$	348	$C=O$ (dans $CO_2$ )	795
$C-O$	356	$O=O$ (dans $O_2$ )	494

*tableau 1 : quelques énergies de liaisons données à 25°C pour des composés à l'état gazeux.*

- 1.3.1 Calculer numériquement l'énergie  $q_1$  à fournir pour dissocier *tous* les atomes d'une mole d'éthanol à l'état gazeux (à 25°C).
- 1.3.2 En utilisant l'équation bilan obtenue en 1.2.1, calculer le *pouvoir calorifique molaire*  $q$  de l'éthanol, c'est à dire l'énergie *libérée* par la combustion complète d'une mole d'éthanol. En quoi cette énergie est-elle différente de l'énergie calculée en 1.3.1 ?
- 1.3.3 La réaction de combustion est-elle exothermique ou endothermique ? Justifier.

### 1.4 Mesure expérimentale du pouvoir calorifique de l'éthanol

On considère l'expérience suivante (*figure 1*) qui consiste à brûler une masse  $m = 5,0$  g d'éthanol. L'énergie libérée par la combustion permet de chauffer une masse  $M_i = 50$  g d'eau placée dans un bécher, de la température ambiante  $q_0 = 20^\circ C$  à la température d'ébullition de l'eau  $q_{eb} = 100^\circ C$  sous la pression atmosphérique. L'eau bout et s'échappe en partie sous forme de vapeur. Une fois que tout l'éthanol a brûlé, on mesure la masse  $M_f$  d'eau qui reste dans le bécher. On réalise l'expérience dans un calorimètre, c'est à dire que l'on néglige dans un premier temps toute perte d'énergie thermique vers l'extérieur.

On donne la capacité thermique massique de l'eau  $c_{eau} = 4,18$  kJ.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>, la capacité thermique du calorimètre  $C = 1,20$  kJ.K<sup>-1</sup> et la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau  $l_v = 2,25.10^3$  kJ.kg<sup>-1</sup> (à 100°C).

On mesure expérimentalement la masse d'eau restant dans le bécher après la combustion :  $M_f = 42$  g.

- 1.4.1 L'eau bout-elle toujours à 100°C ? Donner un exemple. Quel est le paramètre qui détermine la température d'ébullition de l'eau ?
- 1.4.2 Calculer l'énergie  $Q_1$  qu'il faut apporter sous forme thermique pour augmenter à la fois la température de l'eau et celle du calorimètre de  $q_0$  à  $q_{eb}$ .
- 1.4.3 Calculer l'énergie thermique  $Q_2$  nécessaire pour vaporiser l'eau à 100°C.

- 1.4.4 Déduire des résultats précédents le pouvoir calorifique molaire  $q$  de l'éthanol. Comparer à la valeur obtenue en 1.3.
- 1.4.5 Il existe en réalité des fuites thermiques, même faibles (le calorimètre n'est pas parfait, l'air à l'intérieur du calorimètre est lui aussi chauffé...). A-t-on alors plutôt sur-estimé ou sous-estimé le pouvoir calorifique de l'éthanol ? Justifier.

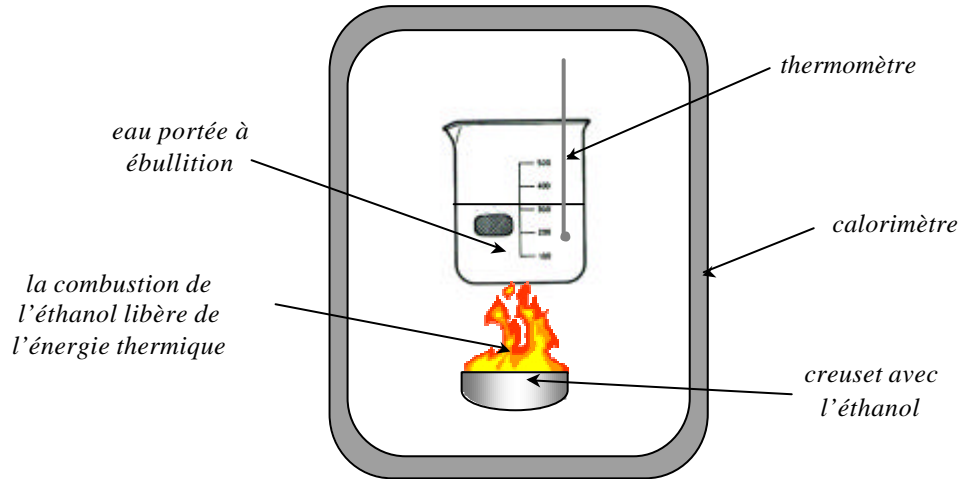


figure 1 : dispositif de mesure du pouvoir calorifique de l'éthanol

## 1.5 Les biocarburants face aux carburants traditionnels

Le tableau suivant rassemble le pouvoir calorifique massique moyen de combustibles courants (tableau 2).

Combustible	Pouvoir calorifique massique ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ )
Méthane	$55,6.10^3$
Butane	$47,6.10^3$
Essence	$42,5.10^3$
Charbon	$28,0.10^3$
Bois	$17,5.10^3$

tableau 2 : pouvoir calorifique massique de quelques combustibles

- 1.5.1 Calculer le pouvoir calorifique massique  $q_m$  de l'éthanol à partir de la valeur obtenue précédemment (en 1.3.2 ou en 1.4.4).
- 1.5.2 Comparer alors le pouvoir calorifique de l'éthanol à celui des autres combustibles. Conclure.
- 1.5.3 Citer un avantage à utiliser l'éthanol dans les voitures à la place de l'essence.

Le Brésil a choisi depuis plus de trente ans de développer son économie autour de l'éthanol, grâce à la culture d'immenses champs de canne à sucre ; les voitures peuvent ainsi être en majorité propulsées directement à l'éthanol, que l'on trouve à la pompe au même titre que les autres carburants. En Europe, l'éthanol est utilisé comme additif à l'essence pour améliorer l'indice d'octane du carburant et le rendement

du moteur. Les carburants classiques deviennent ainsi un peu plus propres, avec une proportion en biocarburant qui, d'un point de vue uniquement technique, pourrait encore être augmentée.

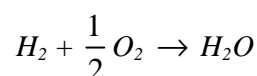
Pour limiter l'effet de serre, le mieux serait bien sûr de ne plus libérer de  $CO_2$  dans l'atmosphère. A moyen terme, on envisage de piéger le  $CO_2$  émis par les voitures et les centrales thermiques dans des veines souterraines très profondes et ainsi refaire le stock de combustible fossile. A long terme, l'énergie électrique du futur pourrait bien être obtenue à partir de *piles à combustible*.

## II. La pile à combustible : pour une voiture « hydrogène »

(du grec hudôr et gennân : « qui génère de l'eau »)

### 2.1 Principe de fonctionnement

Il s'agit de réaliser la réaction de synthèse de l'eau :



On donne dans le *tableau 3* ci-dessous les énergies de liaison (voir I.1.3) des liaisons  $H-H$ ,  $O=O$  et  $O-H$ .

Liaison	$D_{A-B}$ (kJ.mol <sup>-1</sup> )
$H-H$	432
$O=O$	494
$O-H$	460

*tableau 3 : énergies de liaison à 25°C pour des composés à l'état gazeux.*

- 2.1.1 A partir des valeurs des énergies de liaisons, calculer l'énergie libérée  $q$  lors de la synthèse d'une mole d'eau. Montrer que la réaction de synthèse de l'eau est exothermique.
- 2.1.2 Expliquer en quoi cette réaction est une source non polluante d'énergie.

Lorsque l'on mélange directement les gaz  $H_2$  et  $O_2$  dans les proportions stœchiométriques et que l'on initie la réaction avec une étincelle, on observe une violente explosion qui libère d'un coup toute l'énergie de la réaction sous forme thermique.

Dans la pile à combustible (ou pile à hydrogène) de laboratoire, on évite le contact direct entre les réactifs en utilisant des électrodes de platine et un pont électrolytique (*figure 2*).

Les électrodes sont plongées dans deux béciers différents remplis d'une solution de potasse ( $K^+$ ,  $HO^-$ ), fortement basique. Les deux solutions sont reliées par un pont salin (ou pont électrolytique). Le dihydrogène  $H_2$ , d'une part, et le dioxygène  $O_2$ , d'autre part, sont apportés sous forme gazeuse et mis en contact avec les électrodes de platine (bulles dans la solution de potasse). Le circuit est enfin fermé électriquement sur une résistance.

On mesure expérimentalement l'intensité du courant électrique qui circule dans la résistance, ainsi que la tension aux bornes de la pile.

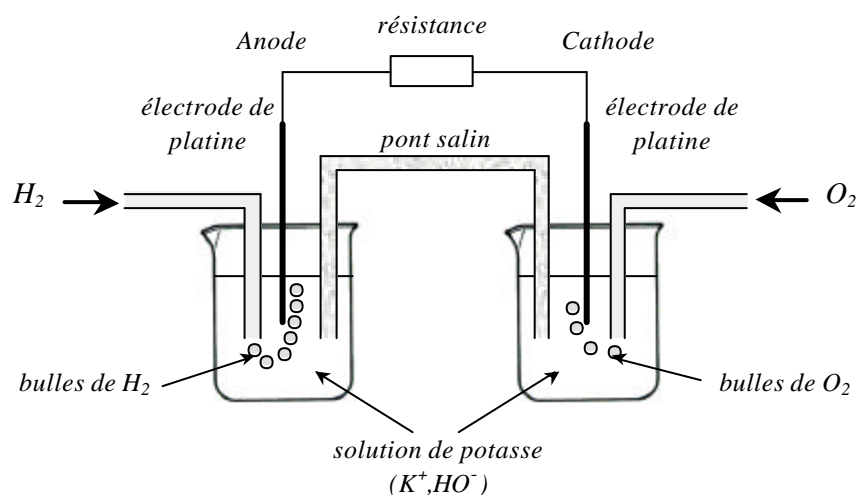
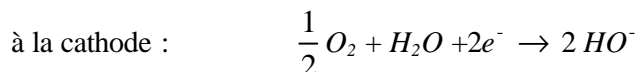
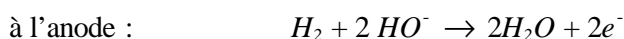


figure 2 : principe de fonctionnement d'une pile à combustible

Chaque électrode (anode et cathode) est en fait le siège d'une réaction d'oxydoréduction :



Le montage constitue alors une *pile* et l'énergie de la réaction sera cette fois libérée sous forme électrique grâce à la circulation d'un courant électrique dans le circuit.

- 2.1.3 Montrer que, globalement, les réactions se produisant aux électrodes sont équivalentes à la réaction de synthèse de l'eau.
- 2.1.4 En supposant que le circuit est fermé électriquement par un conducteur ohmique, préciser sur un schéma le sens de parcours du courant dans le montage. On justifiera soigneusement la réponse.
- 2.1.5 Quel est, à votre avis, le rôle du pont électrolytique, sachant qu'il est formé d'un gel d'une solution ionique de  $(NH_4^+, NO_3^-)$  (gel d'Agar-Agar) ?

## 2.2 Etude expérimentale d'une pile de laboratoire

On réalise le montage précédent de la pile à combustible. Le dioxygène provient directement d'une bouteille de stockage. Le dihydrogène est quant à lui fabriqué *in situ* à l'aide d'une réaction d'oxydoréduction de l'acide chlorhydrique concentré  $HCl$  sur le zinc  $Zn$  (de masse molaire  $M_{Zn} = 65,4 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ).

### 2.2.1 *Etape de production de $H_2$*

On considère l'étape de production de dihydrogène représenté sur la *figure 3*.

L'acide chlorhydrique  $HCl$  est ajouté goutte à goutte dans un erlenmeyer contenant du zinc en poudre. La réaction qui s'y produit est exothermique et libère du dihydrogène  $H_2$ . Le gaz passe alors par un flacon laveur et un flacon de garde avant d'arriver à l'anode de la pile à combustible. Le débit en  $H_2$  peut être évalué en comptant le nombre de bulles par seconde qui apparaissent à l'anode.

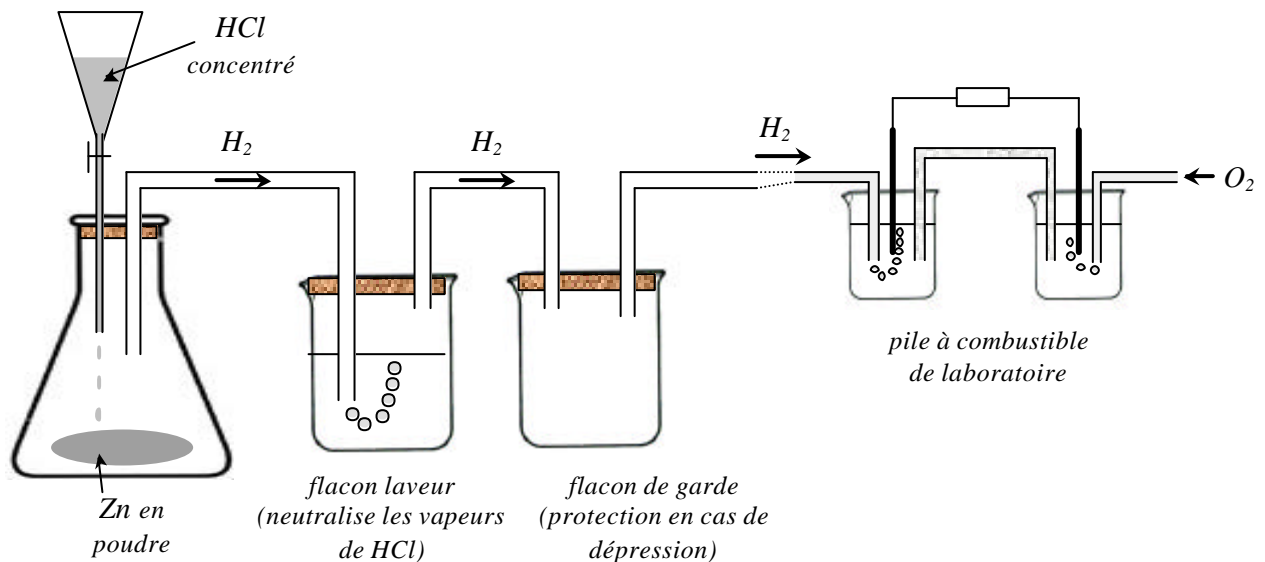


figure 3 : montage expérimental de production in situ de dihydrogène

- Ecrire les demi-équations électroniques correspondants à chaque couple redox.
- Ecrire l'équation bilan de la réaction.

On règle le dispositif pour obtenir un débit en dihydrogène  $H_2$  correspondant à  $D_{H_2} = 10$  bulles par seconde. On souhaite prévoir la quantité de zinc en poudre à utiliser pour un fonctionnement correct de la pile pendant la durée de l'expérience. On donne la constante des gaz parfaits  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

- Sachant qu'une bulle de  $H_2$  mesure  $d = 2,0 \text{ mm}$  de diamètre au moment où elle éclate à la pression atmosphérique  $P_0 = 1,0.10^5 \text{ Pa}$ , calculer la quantité  $n_{H_2, \text{ bulle}}$  de dihydrogène contenue dans une bulle. On assimilera le dihydrogène à un gaz parfait à la température ambiante  $T = 293 \text{ K}$ .
- En déduire la quantité  $n_{H_2}$  de  $H_2$  libérée par seconde. Quelle sera alors la quantité  $n_{H_2, \text{ tot}}$  de  $H_2$  libérée pendant les 10 minutes que dure l'expérience ?
- Calculer la quantité  $n_{Zn}$  de zinc nécessaire pour produire la quantité de  $H_2$  requise pour l'expérience. En déduire la masse de zinc  $m_{Zn}$  correspondante.
- Conclusion : est-il possible de maintenir un tel débit de  $H_2$  pendant toute l'expérience ? Pourquoi est-il préférable d'utiliser du zinc en poudre plutôt qu'en copeaux ou en grenaille ?

### 2.2.2 Apport de dioxygène $O_2$

Sachant que le dihydrogène et le dioxygène doivent être apportés dans les proportions stœchiométriques de la réaction de synthèse de l'eau, déterminer le débit  $D_{O_2}$  de  $O_2$  (exprimé en bulles par seconde) qu'il faut imposer à la cathode pour que la pile fonctionne correctement. On supposera que les bulles de  $H_2$  et de  $O_2$  ont la même taille.

### 2.2.3 Intensité du courant électrique délivré par la pile

La pile débite un courant électrique d'intensité  $I$  dans un récepteur (un conducteur ohmique par exemple). On se propose ici de déterminer l'intensité électrique maximale que pourrait délivrer la pile à combustible de laboratoire. On suppose en particulier que tout le dihydrogène libéré est utilisé par la pile.

On donne le nombre d'Avogadro  $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$  et la charge élémentaire  $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$ .



- Déterminer le nombre de moles d'électrons  $n_e$  qui *apparaissent* à l'anode pendant 1,0 seconde.
- Calculer alors l'intensité  $I$  du courant électrique correspondant.  $I$  est en fait l'intensité maximale pouvant circuler dans le circuit.
- Cette intensité est-elle mesurable facilement au laboratoire ? Quel appareil faut-il utiliser ? Faire le schéma électrique de branchement.

#### 2.2.4 Bilan énergétique de la pile à combustible

Nous allons déterminer la puissance électrique théorique de notre prototype de pile. La tension aux bornes de la pile à combustible fait intervenir les propriétés chimiques des couples  $O_2/HO^-$  et  $H_2O/H_2$  et vaut en théorie  $U = 1,23$  V.

- Proposer un schéma électrique permettant la mesure de la tension  $U$  aux bornes de la pile.
- Sachant que la pile débite le courant d'intensité maximale  $I$  déterminée en 0 b), calculer la puissance électrique  $P$  du générateur.
- En déduire l'énergie électrique  $e$  délivrée par la pile pendant 1,0 s.
- A partir de l'équation bilan de la synthèse de l'eau, calculer la quantité  $n_{H_2O}$  d'eau formée par la pile pendant la même durée.
- En déduire la valeur de l'énergie électrique  $w$  que peut délivrer la pile *par mole d'eau formée*. Comparer ces résultats à ceux obtenus à la question 2.1.1. Conclure : d'où provient l'énergie électrique de la pile à combustible ?

#### 2.2.5 Rendement expérimental de la pile de laboratoire

En réalité on mesure *à vide* (le circuit électrique étant ouvert) une tension électrique aux bornes de la pile de l'ordre de 0,74 V. Lorsque la pile est *en charge* (circuit électrique fermé), cette tension diminue d'autant plus que l'intensité  $I$  du courant est importante dans le circuit. On mesure ainsi  $U = 0,20$  V lorsque  $I = 20$   $\mu$ A.

- Calculer la puissance électrique expérimentale  $P_{exp}$  de la pile en charge. En déduire l'énergie électrique réellement délivrée pendant 1,0 s.
- Evaluer enfin le rendement expérimental  $h_{exp}$  de la pile, défini comme étant le rapport de l'énergie électrique délivrée par la pile sur l'énergie totale libérée par la réaction pendant la même durée. Conclure.

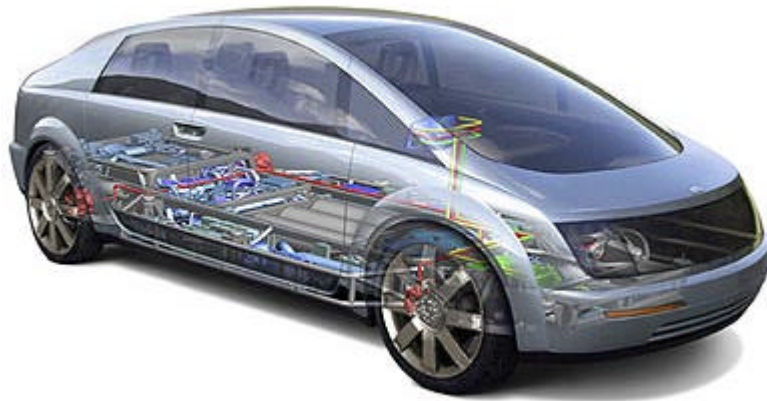
Deux phénomènes permettent d'expliquer ces résultats. D'une part, le pont électrolytique a une grande résistance électrique qui empêche la circulation d'un courant important dans le circuit. D'autre part, tout le dihydrogène  $H_2$  libéré à la cathode n'est pas utilisé par la pile à cause d'une trop grande inefficacité d'adsorption sur l'électrode de platine.

Pour être utilisable en pratique, la pile à combustible devra avoir des caractéristiques améliorées.

### 2.3 Des solutions technologiques adaptées pour un rendement amélioré

Les prototypes automobiles testés depuis quelques années (*cliché 1*) utilisent des géométries de piles à combustible adaptées pour un faible encombrement et une meilleure efficacité de fonctionnement. Les constructeurs ont en particulier remplacé le pont électrolytique par des membranes échangeuses de protons, constituées de polymères organiques et de catalyseurs. Leur grande conductivité électrique facilite en effet le passage des porteurs de charge et permet d'augmenter l'intensité du courant électrique délivré par la pile. Le dioxygène nécessaire à la réaction de synthèse de l'eau provient directement de l'air, tandis que le dihydrogène doit être stocké dans un réservoir embarqué à bord du véhicule. L'énergie électrique libérée par la pile est directement utilisée par le moteur électrique de la voiture et par le circuit d'alimentation des systèmes électroniques de conduite.

On propose ici d'étudier une possibilité de stockage et de production du dihydrogène. On évaluera ensuite l'autonomie d'une voiture munie d'une pile à combustible.



*cliché 1 : voiture fonctionnant avec une pile à combustible (prototype GM Hy-Wire) ;  
le moteur électrique, d'une puissance de 60 kW, est alimenté par une pile à combustible de puissance 100 kW ;  
le moteur électrique, la pile à combustible, le réservoir de dihydrogène et les accumulateurs sont de faible encombrement et laissent un large volume disponible dans l'habitacle.*

### 2.3.1 Stockage du dihydrogène

Le dihydrogène peut être stocké à bord des véhicules sous forme liquide à la température de 20 K (soit  $-253^{\circ}\text{C}$  !) ou piégé dans un matériau solide (à base d'hydrures métalliques). On envisage ici la possibilité de le stocker sous forme gazeuse à haute pression dans un réservoir en composite. Dans toute cette partie, le dihydrogène sera assimilé à un gaz parfait. On donne  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  constante des gaz parfaits.

- On souhaite stocker une masse  $m = 5,0 \text{ kg}$  de dihydrogène gazeux. Quel serait le volume  $V_0$  du réservoir si le gaz était stocké sous la pression atmosphérique  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  à la température ambiante  $T_0 = 293 \text{ K}$  ? Que pensez-vous de ce volume ? On s'aidera de comparaisons simples.
- Le dihydrogène gazeux est en fait placé dans un réservoir de volume  $V = 150 \text{ L}$  à la température ambiante. Calculer la pression  $P$  qui règne alors dans l'enceinte. Comparer cette pression à la pression atmosphérique. Que pensez-vous du modèle du gaz parfait dans ce cas ?
- Le constructeur précise que le réservoir a une pression de rupture égale à 2,35 fois la pression de service. Calculer la pression de rupture  $P_{rup}$  du réservoir. Déterminer alors la température  $T_{rup}$  à partir de laquelle la pression du gaz deviendrait comparable à la pression de rupture du réservoir. Dans quels cas cela pourrait-il devenir dangereux ?
- En réalité des soupapes de sécurité libèrent rapidement le gaz dans l'atmosphère en cas de surpression accidentelle. En quoi l'utilisation du dihydrogène est-il finalement un gage de sécurité dans ce cas ?

### 2.3.2 Attention aux fuites !

Malgré toutes les précautions sur la structure du réservoir, les fuites restent inévitables, la molécule  $\text{H}_2$  étant la plus petite qui existe ! Dans leur cahier des charges, les constructeurs imposent un taux de fuite de dihydrogène maximal de 1,0 g de  $\text{H}_2$  par kg de  $\text{H}_2$  stocké et par heure.

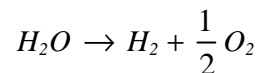
- Exprimer le taux de fuite maximal  $a$  en  $\text{s}^{-1}$ .
- Soit  $m(t)$  la masse de dihydrogène présente dans le réservoir à l'instant  $t$ . Exprimer la variation  $dm$  de masse de  $\text{H}_2$  contenue dans le réservoir entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Justifier le signe de  $dm$ .

En déduire l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par  $m(t)$ , sachant que  $dm = \frac{dm}{dt} dt$ .

- c) Montrer que  $m(t) = m_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  est solution du problème. Exprimer  $\tau$  en fonction de  $a$  et préciser la valeur et la signification de  $m_0$ .
- d) Tracer l'allure de la courbe  $m(t)$ . Quelle est la signification physique de  $\tau$ ? Proposer une valeur numérique de  $\tau$ , que l'on exprimera en jours. Conclure sur la possibilité d'utiliser un tel réservoir.

### 2.3.3 « Le plein de dihydrogène, s'il vous plaît ! »

Parmi les méthodes de production de dihydrogène (reformage du pétrole ou du gaz naturel, transformation de la biomasse, électrolyse haute température...), la plus évidente consiste à effectuer une simple électrolyse de l'eau, selon la réaction bien connue :



De l'énergie apportée sous forme électrique permet ainsi la dissociation de la molécule d'eau et la production de dihydrogène d'une grande pureté, compatible avec l'utilisation d'une pile à combustible.

- a) Quelle est la masse d'eau  $m_{eau}$  nécessaire à la production de  $m = 5,0$  kg de dihydrogène ? Quel est le volume d'eau correspondant  $V_{eau}$  ? On rappelle la masse volumique de l'eau :  $\rho_{eau} = 1,0 \cdot 10^3$  kg.m<sup>-3</sup>.
- b) En utilisant la question 2.1.1, déterminer directement l'énergie électrique  $w_m$  à fournir pour réaliser l'électrolyse d'une mole d'eau. En déduire l'énergie électrique totale  $w$  nécessaire pour la production de 5,0 kg de dihydrogène.

Un particulier souhaiterait produire à la maison la quantité de dihydrogène requise pour le plein de sa voiture. Il dispose pour cela d'une installation électrique de puissance  $P = 10$  kW. D'après son abonnement, le kilowatt-heure (kW.h) lui est facturé au tarif de 0,054 €(TTC, en heures creuses).

- c) Un kilowatt-heure correspond à l'énergie consommée pendant une heure à la puissance de 1 kW. Convertir en kW.h l'énergie électrique  $w$  nécessaire pour la production de 5,0 kg de  $H_2$ . En déduire le prix du plein de dihydrogène. Conclure.

Il faudrait en fait rajouter à ce tarif le prix de la compression du gaz dans un récipient de taille raisonnable.

- d) Quelle serait la durée minimale de la production de la quantité requise de dihydrogène ? Conclure en sachant que pour bénéficier du tarif « heures creuses » il faut utiliser l'énergie électrique entre 0h et 8h du matin.

L'énergie électrique fournie au particulier est produite au niveau national dans des centrales nucléaires ou thermiques. Afin d'éviter les problèmes liés à l'environnement lors de cette production d'énergie électrique, on se propose ici d'utiliser des panneaux solaires, constitués de *cellules photovoltaïques*. On considère en fait des panneaux solaires dont le rendement avoisine 20 %, c'est à dire que 20 % de l'énergie lumineuse reçue est convertie en énergie électrique.

- e) Sachant que l'intensité lumineuse reçue sur Terre est de l'ordre de 1,0 kW.m<sup>-2</sup>, déterminer la surface  $S$  qu'il faudrait donner à un ensemble de cellules photovoltaïques pour obtenir la même puissance électrique que précédemment  $P = 10$  kW.
- f) Combien de jours faut-il alors pour produire 5,0 kg de dihydrogène par électrolyse de l'eau en utilisant le dispositif photovoltaïque, en supposant que la durée d'ensoleillement sous nos latitudes n'excède pas 2 heures par jour. Proposer une solution pour réduire le temps de production de dihydrogène.
- g) Serait-il envisageable de considérer une production continue de  $H_2$  à l'aide d'un panneau solaire de surface  $S = 1,0$  m<sup>2</sup> placé sur le toit d'une voiture ? On s'aidera d'applications numériques pertinentes.

#### 2.3.4 *Autonomie du véhicule*

Afin de ne pas trop modifier les habitudes des automobilistes, l'autonomie d'un véhicule muni d'une pile à combustible doit être comparable à celle des voitures traditionnelles. Celle-ci dépend bien sûr du rendement de la pile, du rendement du moteur utilisé, de la forme de la voiture, de la vitesse moyenne du véhicule, mais aussi de la quantité de carburant embarqué. On considère toujours notre véhicule doté d'un réservoir de  $m = 5,0$  kg de dihydrogène.

- a) En utilisant la question 2.3.3, déterminer l'énergie totale susceptible d'être libérée par la pile après utilisation de tout le dihydrogène contenu dans le réservoir.
- b) En fait, les prototypes actuels de piles à combustible ont un rendement de 50 % : la moitié de l'énergie libérée par la réaction de synthèse de l'eau est convertie en énergie électrique, le reste étant dissipé sous forme thermique. Calculer l'énergie électrique réellement libérée par la pile.
- c) Un moteur électrique convertit alors l'énergie électrique libérée par la pile en énergie mécanique, avec un rendement de l'ordre de 65 % (voir PARTIE B). En déduire l'énergie mécanique utile  $W_u$  dont on peut disposer avec ce véhicule.

En régime de croisière, la voiture roulant à vitesse constante, l'énergie dépensée pour faire avancer le véhicule vient simplement compenser l'énergie perdue par frottements : frottement entre les pièces mécaniques et frottement de l'air sur la voiture. A  $110 \text{ km.h}^{-1}$ , la puissance à fournir pour compenser les forces de frottement de l'air sur le véhicule est de l'ordre de 12 kW (voir PARTIE C).

- d) Déterminer la durée maximale d'un trajet effectué à  $110 \text{ km.h}^{-1}$ .
- e) Evaluer alors la distance maximale parcourue par le véhicule. Conclure.

La pile à combustible permet finalement d'obtenir une source d'énergie électrique, dont le principe de fonctionnement respecte l'environnement. Les caractéristiques des véhicules qui en sont munis deviennent alors comparables à celles des véhicules actuels. Des piles à combustible équipent même déjà certains bus dans plusieurs pays (en Islande par exemple) et des systèmes portatifs de secours fonctionnant avec une pile à combustible sont utilisés aujourd'hui par les sapeurs pompiers de Paris.

Cependant, même si de nombreux prototypes ont déjà parcouru des milliers de kilomètres grâce à une pile à combustible, le prix du dispositif reste pour le moment élevé. En outre, il faudra résoudre les problèmes liés à la production de dihydrogène, à son stockage à bord des véhicules et enfin concevoir une infrastructure de ravitaillement (stations service à l'hydrogène) à l'échelle européenne, voire internationale. Les voitures à l'hydrogène sont une solution prometteuse, mais leur commercialisation devra attendre quelques années encore...

## PARTIE B

### UN MOTEUR ELECTRIQUE POUR SE METTRE AU COURANT

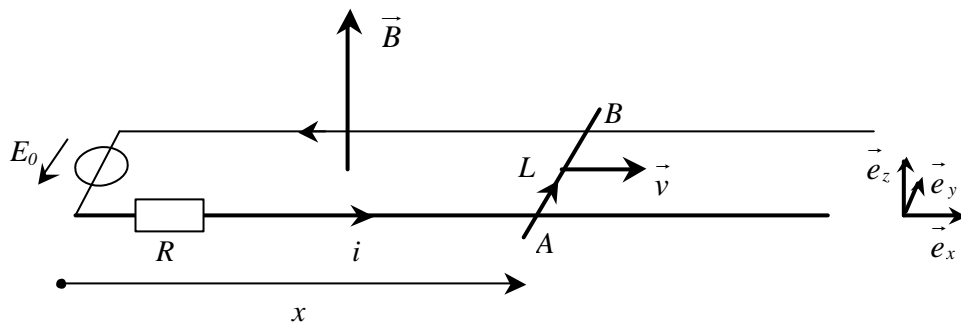
Les voitures actuelles fonctionnent pour la plupart avec un moteur thermique, dans lequel l'énergie propulsive provient de l'explosion d'un mélange chimique (carburant et dioxygène de l'air). Cependant les constructeurs envisagent de plus en plus aujourd'hui d'utiliser des modèles avec un *moteur électrique*.

Si le moteur électrique est nécessaire pour utiliser l'énergie électrique délivrée par une pile à combustible (voir PARTIE A), celui-ci peut venir en complément d'un moteur thermique, réalisant ainsi une technologie «hybride». Dans ce cas le moteur électrique prend le pas sur le moteur thermique lorsque ce dernier a un rendement faible : au démarrage lorsque le moteur est froid ou pendant les phases d'accélération ou de décélération.

On se propose ici d'étudier le principe de fonctionnement d'un moteur électrique et de comprendre l'une de ses caractéristiques les plus attrayantes : la réversibilité. La mesure expérimentale du rendement d'un moteur électrique permettra en outre de mettre en évidence l'efficacité du couplage électromécanique.

#### 1. Un modèle de moteur linéaire

Afin de simplifier au mieux la géométrie d'un moteur électrique à courant continu, on considère le dispositif représenté ci-dessous (*figure 4*), constituant un modèle simple de moteur linéaire (c'est à dire un moteur dans lequel le mouvement habituel de rotation est remplacé par un mouvement de translation).



*figure 4 : schéma de principe du moteur linéaire ;*

*la barre AB plongée dans le champ magnétique  $\vec{B}$  est mise en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$  par la circulation du courant d'intensité  $i$  dans le circuit*

Le circuit électrique du montage est constitué de deux rails conducteurs parallèles et horizontaux reliés entre eux par une source de tension de force électromotrice (*f.e.m.*)  $E_0$ . Le circuit est fermé électriquement par une barre  $AB$  conductrice, de masse  $m$  et de longueur  $L$ , pouvant se déplacer sans frottements le long des rails. La résistance totale du circuit vaut  $R$  et le courant qui circule a pour intensité  $i$ . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  vertical uniforme et indépendant du temps. La position de la barre  $AB$  est repérée par son abscisse  $x$  et sa vitesse vaut  $\vec{v}(t)$ .

##### 1.1 *Le phénomène d'induction électromagnétique*

Le déplacement de la barre  $AB$  dans le champ magnétique  $\vec{B}$  stationnaire crée dans le circuit une force électromotrice (*f.e.m.*) induite  $e$  : c'est le *phénomène d'induction électromagnétique*. D'un point de vue

purement électrique, tout se passe comme s'il apparaissait dans le circuit un générateur supplémentaire de force électromotrice  $e$ . On en déduit alors le schéma électrique équivalent (figure 5).

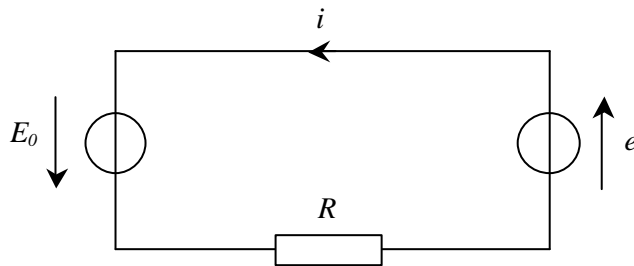


figure 5 : schéma électrique équivalent en tenant compte du phénomène d'induction

La *f.e.m.* induite  $e$  est donnée par la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\mathcal{F}}{dt}$$

où  $\mathcal{F} = B S$  est le flux du champ magnétique  $\vec{B}$  à travers le circuit de surface  $S$ .

- Exprimer la surface  $S$  du circuit en fonction de l'abscisse  $x$  de la barre et de sa longueur  $L$ .
- En déduire l'expression de la *f.e.m.* induite  $e$  en fonction de  $B$ ,  $L$  et  $v = \frac{dx}{dt}$  la vitesse de la barre.
- En utilisant le schéma électrique équivalent, déterminer alors l'expression de l'intensité  $i$  du courant électrique qui circule dans le montage.

### 1.2 Mouvement de la barre

Parcourue par un courant électrique d'intensité  $i$  et plongée dans le champ magnétique  $\vec{B}$ , la barre  $AB$  est en fait soumise à une force d'origine électromagnétique  $\vec{F} = i B L \vec{e}_x$ , qui provoque son déplacement.

- Quel nom porte cette force d'origine électromagnétique ?
- Faire un bilan précis des forces appliquées à la barre  $AB$ . Appliquer la deuxième loi de Newton à la barre  $AB$  (principe fondamental de la dynamique) et projeter la relation obtenue sur l'axe  $Ox$ .
- Montrer alors que la vitesse  $v(t)$  de la barre vérifie l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau}$$

On donnera les expressions de  $\tau$  et  $v_{\text{lim}}$  en fonction de  $m$ ,  $R$ ,  $B$ ,  $L$  et  $E_0$ . Quelle est la dimension de  $\tau$  ?

La solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$v(t) = v_{\text{lim}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

- Vérifier la condition initiale sur la vitesse de la barre. Que vaut la vitesse de la barre lorsque  $t \rightarrow +\infty$  ?
- Tracer l'allure du graphe de  $v(t)$ . Donner l'interprétation physique de la constante  $\tau$ .

### 1.3 Bilan énergétique

On se propose d'effectuer un bilan d'énergie afin de déterminer le rendement théorique de notre moteur électrique.

- Déterminer le travail *utile*  $dW_u$  reçue par la barre  $AB$  de la part de la force électromagnétique  $\vec{F}$  au cours du déplacement  $\vec{v} dt$  effectué par la barre pendant  $dt$ . En déduire la puissance mécanique utile  $P_u = \frac{dW_u}{dt}$  reçue par la barre en fonction de  $B, L, v$  et  $i$ .
- Déterminer la puissance totale délivrée par le générateur  $P_{\text{générateur}} = E_0 i$ . Interpréter cette relation en termes de bilan d'énergie : de quelles façons l'énergie délivrée par le générateur est-elle convertie dans notre modèle de moteur ?
- Le rendement  $h$  du moteur est le rapport de la puissance mécanique utile  $P_u$  sur la puissance totale dépensée, délivrée par le générateur  $P_{\text{générateur}}$ . Calculer le rendement  $h$  du moteur en fonction de  $B, L, v$  et  $E_0$ .
- Que vaut le rendement  $h$  en régime stationnaire, lorsque le moteur a atteint sa vitesse limite ? Ce résultat vous paraît-il surprenant ? Interpréter en calculant la valeur de  $i$  et de  $\vec{F}$  en régime stationnaire. Quel est alors le mouvement de la barre ?

### 1.4 Bilan énergétique en présence de frottement fluide

On suppose à présent que la barre  $AB$  est en plus soumise à une force de frottement fluide, de la forme  $\vec{f} = -\mathbf{I} \vec{v}$ , modélisant par exemple l'action de l'air sur un objet en déplacement (voir PARTIE C).

- Reprendre la question 1.2 b) et montrer que la vitesse  $v$  de la barre vérifie cette fois l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\mathbf{t}'} = \frac{v_{\text{lim}}}{\mathbf{t}}$$

où  $\mathbf{t}'$  sera donné en fonction de  $\mathbf{t}, m$  et  $\mathbf{I}$ .

- Déterminer la nouvelle vitesse limite  $v'_{\text{lim}}$  de la barre en fonction de  $v_{\text{lim}}, \mathbf{t}$  et  $\mathbf{t}'$ . Comparer  $v'_{\text{lim}}$  et  $v_{\text{lim}}$  et interpréter physiquement ce résultat.
- Exprimer le rendement  $h'$  du moteur (voir 1.3 c)) en fonction de  $B, L, v$  et  $E_0$ . Que vaut cette fois le rendement  $h'$  en régime stationnaire en fonction de  $\mathbf{t}$  et  $\mathbf{t}'$  ?
- Que dire de l'intensité  $i$  du courant dans le circuit en régime stationnaire ? A quoi sert la force électromagnétique  $\vec{F}$  dans ce cas ? Sous quelle forme exclusive est donc dissipée l'énergie délivrée par le générateur en régime stationnaire ?

## 2. Le freinage par induction : une source d'énergie !

On considère le modèle de moteur linéaire précédent où le générateur a simplement été remplacé par un interrupteur  $K$ , dans un premier temps ouvert (*figure 6*). On souhaite étudier la phase de freinage de la barre  $AB$ , de sa vitesse initiale  $v_0$  à l'arrêt. On néglige ici tout phénomène de frottement.

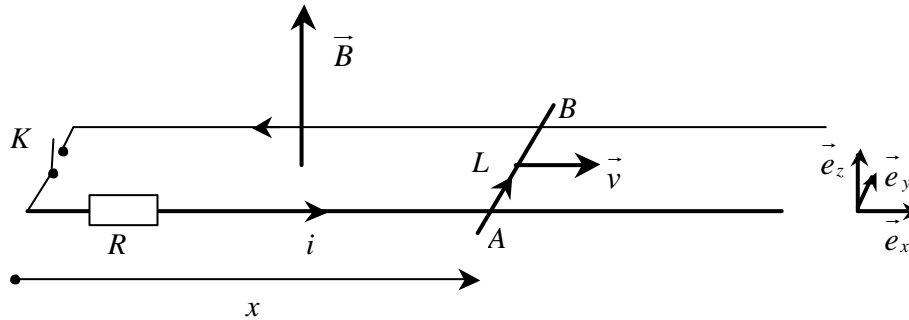


figure 6 : principe du freinage par induction ; l'interrupteur  $K$  peut être ouvert ou fermé.

### 2.1 Le circuit est ouvert

On suppose dans un premier temps que l'interrupteur  $K$  est ouvert.

- Que vaut l'intensité  $i$  du courant électrique dans le circuit ? Justifier.
- Déterminer l'expression de la force électromagnétique  $\vec{F}$  qui s'exerce sur la barre dans ce cas.
- Quel sera alors le mouvement de la barre ? Le freinage de la barre est-il possible ?

### 2.2 Le circuit est fermé : réversibilité du moteur électrique

On ferme l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t = 0$ . On souhaite étudier la conséquence du phénomène d'induction électromagnétique dans le circuit.

- En procédant comme à la question 1.1, montrer que la *f.e.m.* induite par le déplacement de la barre dans le champ magnétique vaut :

$$e = - B L v$$

- En déduire l'expression de l'intensité  $i$  du courant électrique dans le circuit. Quel est le signe de  $i$  ?
- Montrer alors qu'il s'exerce sur la barre  $AB$  une *force de freinage* que l'on exprimera en fonction de  $B, L, v$  et  $R$ . On parle dans ce cas de *freinage par induction*.
- Expliquer en quoi ce phénomène montre la *réversibilité* du moteur électrique, c'est-à-dire le fait qu'il puisse fonctionner du point de vue électrique en récepteur comme en générateur.

### 2.3 Bilan énergétique du freinage de la barre

Partant de sa vitesse initiale  $v_0$ , la barre est freinée et finit donc par s'arrêter. On va effectuer un bilan d'énergie dans le circuit pour comprendre la nature du transfert énergétique qui permet le freinage.

- Exprimer le travail  $dW$  de la force électromagnétique  $\vec{F}$  au cours du déplacement  $\vec{v} dt$  de la barre pendant  $dt$ . En déduire la puissance mécanique correspondante  $P_m = \frac{dW}{dt}$  en fonction de  $B, L, v$  et  $R$ , puis en fonction de  $R$  et  $i$ . Interpréter physiquement ce résultat : sous quelle forme l'énergie mécanique de la barre est-elle finalement dissipée ?
- Quel dispositif pourrait-on placer dans le circuit pour stocker cette énergie afin de la réutiliser dans les phases d'accélération du moteur ?
- Déterminer la variation  $\Delta E_m$  de l'énergie mécanique  $E_m$  de la barre entre l'instant initial  $t = 0$  et l'instant final où la barre est au repos. En déduire l'expression de la valeur maximale de l'énergie électrique que l'on pourrait récupérer lors du freinage de la barre par induction.



### 2.4 Application : freinage moteur en descente

Une voiture (de masse  $m = 1\,000\text{ kg}$ ) propulsée par un moteur électrique se déplace sur une route en pente descendante (figure 7). Un panneau de signalisation précise que la pente est de 10 % et qu'il faut utiliser le « frein moteur » de la voiture. Le conducteur, qui connaît bien le fonctionnement du moteur électrique de sa voiture, remplace alors le système d'alimentation du moteur par un dispositif de stockage d'énergie électrique. Grâce au freinage par induction, la voiture garde ainsi une vitesse constante  $v_0 = 110\text{ km.h}^{-1}$  tout le long de la descente. L'accélération de la pesanteur vaut  $g = 9,81\text{ m.s}^{-2}$ . On rappelle que  $\sin a \approx a$  pour  $a \ll 1$ ,  $a$  étant exprimé en radians.

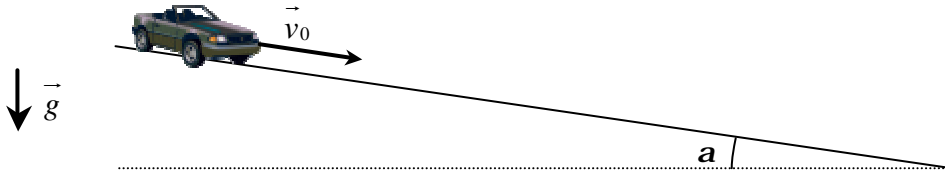


figure 7 : la voiture se déplace à vitesse constante tout le long de la descente

On suppose valables toutes les relations obtenues précédemment dans le cadre du moteur linéaire.

- Une pente de 10 % signifie que lorsque la voiture parcourt 100 m sur la route, son altitude varie de 10 m. En déduire la valeur numérique de l'angle  $a$  (en radians) dont est inclinée la route par rapport à l'horizontale.

On considère le déplacement de la voiture sur la route pendant l'intervalle de temps  $dt$ .

- Quelle est la variation d'énergie cinétique  $dE_c$  de la voiture pendant  $dt$  ?
- Déterminer la variation  $dh$  de l'altitude de la voiture au cours de ce déplacement. On simplifiera cette expression sachant que l'angle  $a$  est faible ( $a \ll 1$ ). En déduire la variation d'énergie potentielle de pesanteur  $dE_p$  de la voiture pendant  $dt$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $a$ ,  $v_0$  et  $dt$ .
- A partir des résultats précédents, déterminer la variation  $dE_m$  de l'énergie mécanique de la voiture pendant  $dt$  et la puissance mécanique  $P_m = \frac{dE_m}{dt}$  reçue par la voiture. Interpréter le signe de  $P_m$ .
- On suppose que la variation d'énergie mécanique de la voiture est intégralement convertie en énergie électrique grâce au freinage par induction. Déterminer alors la puissance électrique générée par le système de freinage par induction au cours de la descente en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $a$  et  $v_0$ . Calculer numériquement cette puissance. Conclure.

### 3. Mesure expérimentale du rendement d'un moteur électrique

Un moteur électrique expérimental à courant continu est alimenté par un générateur de tension continue  $U_1 = 24\text{ V}$  délivrant un courant d'intensité  $I_1$ . Le moteur tourne à la vitesse de rotation  $W$  et fournit à l'extérieur une puissance mécanique  $P_m$ .

L'arbre du moteur entraîne la rotation de l'arbre d'une génératrice électrique, supposée parfaitement identique au moteur utilisé. La génératrice utilise en fait la réversibilité du moteur électrique vue précédemment. La rotation à la vitesse angulaire  $W$  de la génératrice permet ainsi d'alimenter une résistance électrique  $R_u$  sous la tension  $U_2$  avec une intensité  $I_2$  (figure 8).

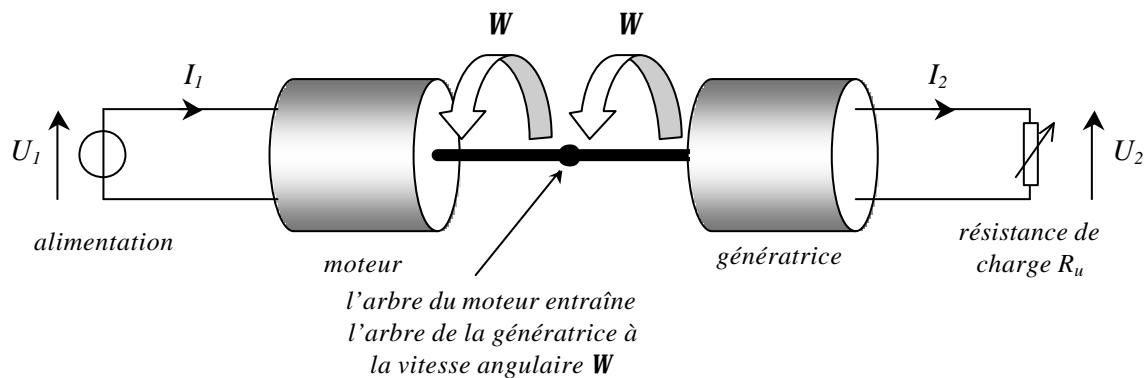


figure 8 : montage expérimental pour la mesure du rendement du moteur à courant continu

### 3.1 Expression du rendement du moteur

- Donner l'expression de la puissance électrique  $P_1$  fournie au moteur, en fonction de  $U_1$  et  $I_1$ . En déduire le rendement  $h$  du moteur, défini comme étant le rapport de la puissance mécanique  $P_m$  fournie par le moteur sur la puissance électrique apportée par le générateur.
- Donner de même l'expression de la puissance électrique  $P_2$  fournie par la génératrice, en fonction de  $U_2$  et  $I_2$ . En déduire le rendement  $h'$  de la génératrice, défini cette fois comme le rapport de la puissance électrique fournie par la génératrice sur la puissance mécanique  $P_m$  apportée par le moteur.
- Le moteur et la génératrice étant parfaitement identiques, les rendements  $h$  et  $h'$  sont en fait égaux. En déduire l'expression du rendement  $h$  du moteur en fonction de  $U_1, I_1, U_2$  et  $I_2$ .

### 3.2 Mesure expérimentale du rendement

Des mesures pour diverses valeurs de la résistance de charge  $R_u$  ont permis d'obtenir le tableau suivant (tableau 4), rassemblant les valeurs de  $I_1, U_2, I_2$  et  $W$  dans chaque cas.

$I_1$ (A)	$U_2$ (V)	$I_2$ (A)	$W$ (tr.min <sup>-1</sup> )
2,35	21,3	0,64	$3,47 \cdot 10^3$
2,60	20,7	0,88	$3,42 \cdot 10^3$
2,95	20,0	1,19	$3,37 \cdot 10^3$
3,24	19,4	1,50	$3,33 \cdot 10^3$
3,67	18,5	1,95	$3,28 \cdot 10^3$
3,99	17,8	2,31	$3,23 \cdot 10^3$
4,36	17,0	2,65	$3,18 \cdot 10^3$
4,77	16,1	3,06	$3,13 \cdot 10^3$
5,12	15,4	3,43	$3,08 \cdot 10^3$

tableau 4 : valeurs expérimentales de  $I_1, U_2, I_2$  et  $W$  permettant la mesure du rendement du moteur ( $U_1 = 24$  V)

- Quelle relation simple lie  $R_u$ ,  $U_2$  et  $I_2$ ? Quel nom porte cette relation ?
- Calculer le rendement  $h$  du moteur pour chaque vitesse de rotation  $W$  et tracer le graphe  $h = f(W)$ .
- Déterminer graphiquement le rendement maximal  $h_{max}$  du moteur et la vitesse de rotation  $W_{max}$  correspondante.
- En déduire la valeur de la puissance mécanique  $P_m$  fournie par le moteur lorsqu'il tourne à son rendement optimal.

Le constructeur donne sur le moteur les renseignements suivants (*cliché 2*) :

Caractéristiques du  
moteur

$U_N = 24 \text{ V}$   
 $I_N = 5 \text{ A}$   
 $\Omega_N = 3\,100 \text{ tr/min}$   
 $P_u = 80 \text{ W}$

*cliché 2 : données constructeur relatives au fonctionnement du moteur ;  
 $U_N$ ,  $I_N$  et  $W_N$  sont les caractéristiques du moteur en fonctionnement nominal ;  
 $P_u$  est la puissance utile nominale.*

- Comparer ces valeurs aux mesures expérimentales faites. Quel est l'intérêt d'utiliser le moteur en régime de fonctionnement nominal ?

### 3.3 Origine des pertes dans le moteur

On suppose que le moteur tourne à son rendement optimal  $h_{max}$ .

- Calculer numériquement la puissance perdue dans le moteur  $P_{diss}$ , c'est à dire la puissance délivrée par l'alimentation qui ne sert pas à faire tourner le moteur.
- Sachant que la résistance électrique du moteur vaut  $R = 0,84 \Omega$ , déterminer l'origine essentielle des pertes d'énergie dans le moteur. A votre avis, quelle est l'origine des autres pertes ?

L'utilisation du moteur électrique dans les voitures semble finalement une excellente solution pour tirer partie des phénomènes d'induction électromagnétique et des rendements élevés afin d'économiser de l'énergie habituellement dissipée sous forme thermique (*cliché 3*).



*cliché 3 : prototype de moteur électrique directement couplé à une roue motrice ; un tel moteur, compact, robuste et puissant, pourra équiper les quatre roues du véhicule.*

## PARTIE C

### UNE VOITURE EN FORME...

Lorsqu'une voiture roule à vitesse constante, l'énergie consommée sert essentiellement à compenser les pertes par frottements, en particulier les frottements engendrés par l'écoulement de l'air autour du véhicule. Pour minimiser cette dissipation d'énergie, les constructeurs proposent aujourd'hui des véhicules profilés, avec une forme aérodynamique adaptée.

On se propose dans cette partie de caractériser l'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle et de définir ce que l'on appelle le *coefficient de traînée*. L'application de ces notions à l'automobile sera alors l'occasion de préciser l'influence de la vitesse de la voiture sur la consommation de carburant d'une part et sur la quantité de dioxyde de carbone rejeté dans l'atmosphère d'autre part.

#### 1. Modélisation d'un écoulement autour d'une sphère

On étudie la chute d'une bille d'acier (de diamètre  $d = 7,8$  mm et de masse volumique  $\rho_{acier} = 7\,800$  kg.m<sup>-3</sup>) dans un liquide donné (de masse volumique  $\rho$  et de viscosité  $\eta$ ). L'objectif est de comparer la chute de la bille dans de la glycérine et dans de l'eau. L'accélération de la pesanteur sera prise égale à  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup>.

##### 1.1 *Chute de la bille dans la glycérine (expérience 1)*

Le dispositif suivant (figure 9 a) permet d'étudier la chute de la bille d'acier dans une éprouvette remplie de glycérine – de masse volumique  $\rho = 1,26 \cdot 10^3$  kg.m<sup>-3</sup> et de viscosité  $\eta = 1,49$  Pa.s (pascals-secondes, unité encore appelée le Poiseuille Pl) – et de mesurer la vitesse de la bille au cours du temps. La bille est lâchée sans vitesse initiale. L'évolution  $v(t)$  de la vitesse de la bille au cours de la chute est reportée sur la figure 9 b).

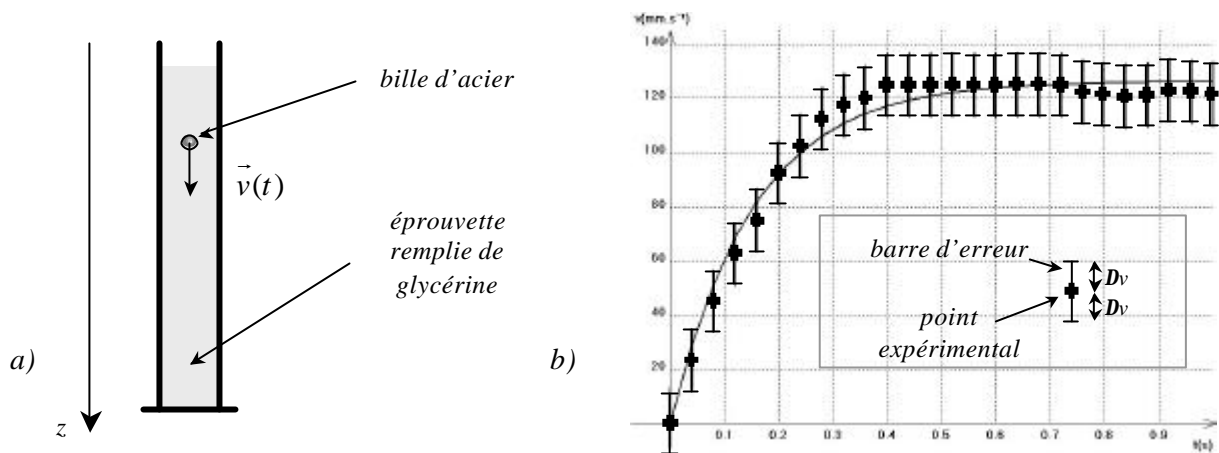


figure 9 : a) chute de la bille d'acier dans la glycérine ;  
 un système informatique d'acquisition vidéo permet de suivre le mouvement de la bille et de mesurer sa vitesse ;  
 b) graphe expérimental de la vitesse  $v(t)$  de la bille dans la glycérine au cours du temps ;  
 chaque point expérimental est entouré d'une barre d'erreur précisant les incertitudes de mesure ;  
 la courbe en trait plein correspond au modèle théorique de  $v(t)$  présenté en 1.1.

- a) A partir du graphe expérimental, décrire le mouvement de chute et mesurer la vitesse limite  $v_{lim}$  atteinte par la bille. A l'aide des barres d'erreur, évaluer graphiquement l'incertitude  $\Delta v_{lim}$  sur cette mesure.

On souhaite modéliser la force de frottement exercée par le fluide sur la bille par la *formule de Stokes* :

$$\vec{F} = -6\pi r \mathbf{h} \vec{v}$$

où  $r$  est le rayon de la bille sphérique,  $\vec{v}$  sa vitesse et  $\mathbf{h}$  la viscosité du fluide

- Déterminer l'équation différentielle du mouvement de la bille dont la vitesse  $v(t)$  est solution.
- Donner l'expression de la vitesse limite  $v_{lim}$  de la bille en fonction de  $r$ ,  $g$ ,  $\mathbf{h}$ ,  $\rho_{acier}$  et  $\rho$ .
- Calculer numériquement  $v_{lim}$  à partir des données et comparer à la mesure expérimentale. Conclure.

La résolution de l'équation différentielle précédente permet d'obtenir la courbe théorique  $v(t)$  représentée à titre indicatif sur la *figure 9*.

### 1.2 Chute de la bille dans l'eau (expérience 2)

On reprend l'expérience précédente pour étudier cette fois la chute de la bille dans une éprouvette remplie d'eau, de masse volumique  $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et de viscosité  $\mathbf{h} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . La bille est toujours lâchée sans vitesse initiale. L'évolution  $v(t)$  de la vitesse de la bille au cours de la chute est reportée sur la *figure 10*.

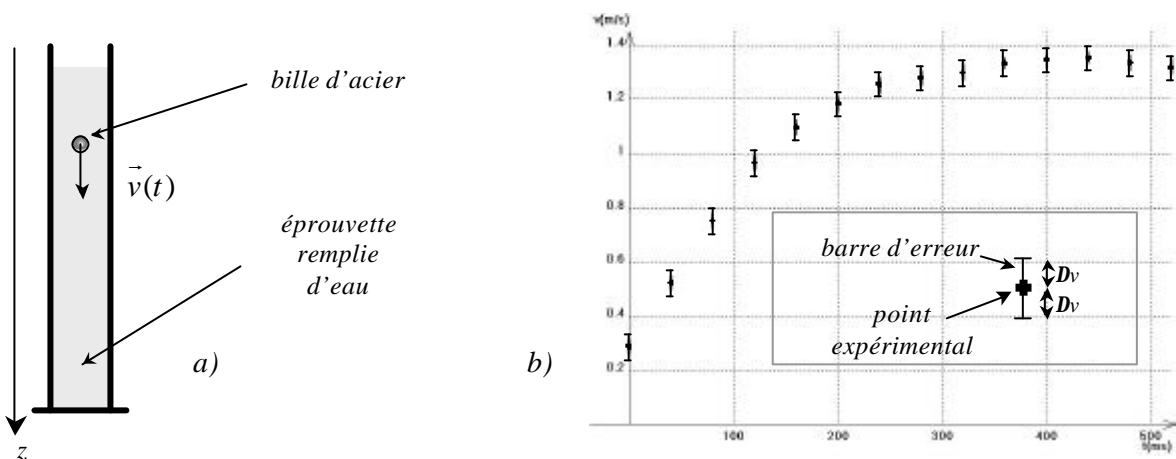


figure 10 : a) chute de la bille d'acier dans de l'eau ;  
b) graphe expérimental de la vitesse  $v(t)$  de la bille dans l'eau au cours du temps, avec barres d'erreur.

- Décrire le mouvement de chute et mesurer la vitesse limite  $v_{lim}$  atteinte par la bille. Evaluer également l'incertitude  $\Delta v_{lim}$  sur cette vitesse.
- Calculer la vitesse limite théorique que l'on obtiendrait avec le modèle vu en 1.1. Conclure quant à la validité de ce modèle dans ce cas.
- Quelles sont finalement les différences essentielles entre les 2 expériences ?

### 1.3 Écoulement laminaire et écoulement turbulent

La forme de l'écoulement d'un fluide autour de la bille dépend de la vitesse  $v$  et de la taille  $d$  de l'obstacle (ici le diamètre de la bille), mais aussi de la masse volumique  $\rho$  et de la viscosité  $\mathbf{h}$  du fluide considéré. Pour caractériser le régime d'écoulement on utilise le nombre sans dimension  $Re$ , appelé *nombre de Reynolds*, défini par :

$$Re = \frac{\rho v d}{\mathbf{h}}$$

Parmi les différents régimes d'écoulement que l'on peut observer, on distingue en particulier :

➤ *l'écoulement laminaire :*

lorsque  $Re < 1$ , l'écoulement autour de l'obstacle est symétrique et régulier. L'écoulement est dit *laminaire* (cliché 4 a)). La force de frottement qui s'exerce sur la sphère de rayon  $r$  est alors donnée par la formule de Stokes :

$$\vec{F} = -6\pi r \eta \vec{v}$$

➤ *l'écoulement turbulent :*

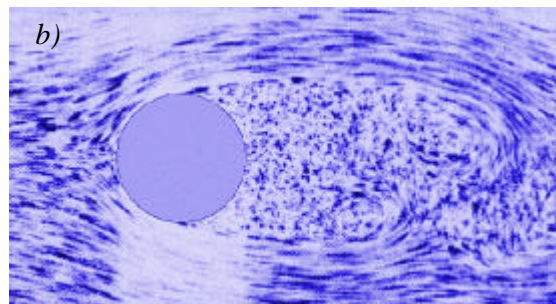
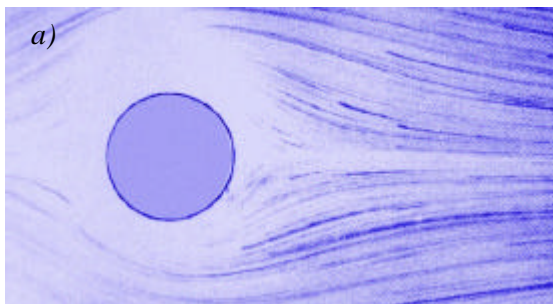
lorsque  $10^3 < Re < 10^5$ , l'écoulement est caractérisé par des variations spatio-temporelles importantes et aléatoires de la vitesse du fluide. On parle alors d'écoulement *turbulent* (cliché 4 b)). La force de frottement s'exerçant sur la bille s'écrit dans ce cas :

$$\vec{F} = -\frac{1}{2} \rho C_x S v^2 \vec{u}$$

où  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire de même direction et de même sens que la vitesse  $\vec{v}$  ;

$C_x$  est le *coefficient de traînée* de l'obstacle dans le fluide ; pour un obstacle sphérique  $C_x = 0,43$ .

$S$  est la surface frontale de l'obstacle vue par le fluide ; pour la bille étudiée  $S = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$ .



cliché 4 : a) écoulement laminaire autour d'une sphère ; b) écoulement turbulent autour d'une sphère ; l'écoulement du fluide se fait de la gauche vers la droite.

- Calculer le nombre de Reynolds  $Re$  correspondant aux expériences vues en 1.1 et 1.2, lorsque la bille a atteint sa vitesse limite. Caractériser alors le régime d'écoulement du fluide autour de la bille dans chaque cas.
- Que dire du modèle utilisé en 1.1 pour l'expérience 1 ?
- Exprimer la force de frottement  $\vec{F}$  qui s'exerce sur la bille plongée dans l'eau (expérience 2), lorsque celle-ci a atteint sa vitesse limite. Justifier la validité de cette expression. Déterminer alors l'expression de la vitesse limite  $v_{lim}$  de la bille. Calculer numériquement cette vitesse et comparer à la mesure expérimentale faite en 1.2 a). Conclure.

## 2. Mesure du coefficient de traînée $C_x$ de différents obstacles

Le coefficient de traînée  $C_x$  dépend uniquement du profil aérodynamique de l'obstacle plongé dans l'écoulement et caractérise ainsi l'importance de la force de frottement qui s'exerce sur celui-ci.

Le dispositif expérimental présenté ci-dessous (figure 11) permet une mesure directe de ce coefficient de traînée : un objet de forme donnée est placé dans un écoulement d'air uniforme (de vitesse  $v = 7,0 \text{ m.s}^{-1}$ ) créé

par une soufflerie de laboratoire ; la force de traînée  $\vec{F}$  est alors directement compensée par l'action d'un ressort de torsion, déformé par l'expérimentateur d'un angle  $q$  par rapport à la situation sans écoulement.

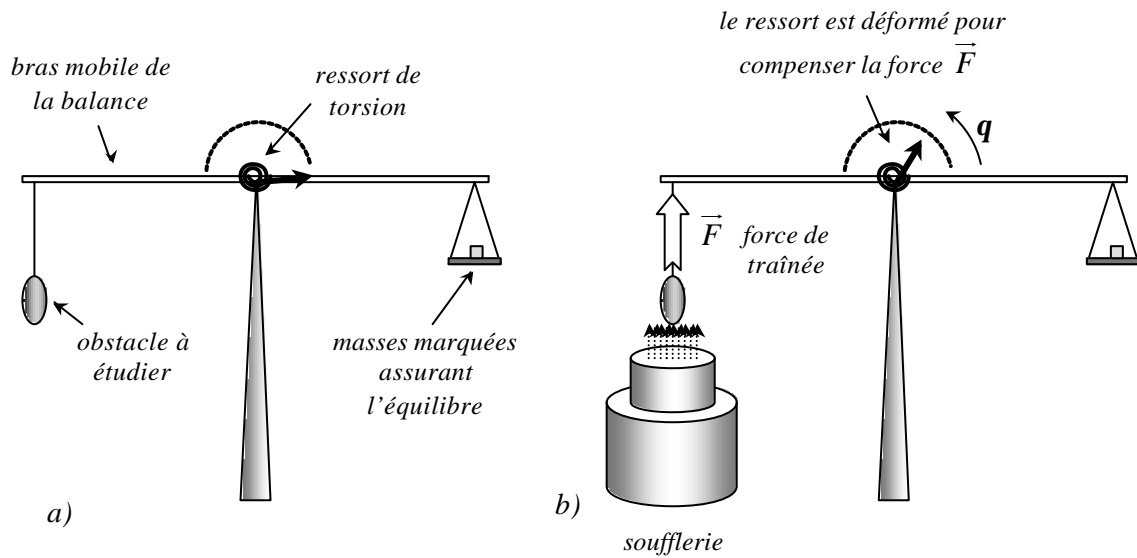


figure 11 : dispositif de mesure du coefficient de traînée

a) en l'absence d'écoulement la balance est équilibrée à l'aide de masses marquées

b) il faut déformer le ressort d'un angle  $q$  pour compenser la force de traînée exercée par l'écoulement d'air autour de l'obstacle

Un étalonnage préalable de l'appareil permet de préciser la relation expérimentale entre  $F$  et  $q$  :

$$F = b q \quad \text{avec } b = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ N pour } q \text{ exprimé en degrés.}$$

On procède ainsi à la mesure de l'angle  $q$  dont il faut déformer le ressort pour compenser la force de traînée exercée sur des profils variés, ayant tous la même surface frontale  $S = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$  et une symétrie de révolution. Les résultats expérimentaux sont rassemblés dans le tableau ci-dessous (tableau 5) :



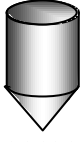
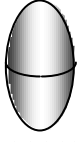
Obstacle	Profil 1	Profil 2	Profil 3	Profil 4
Forme				
$q$ (°)	38°	17°	19°	20°

tableau 5 : mesure de l'angle  $q$  pour différents obstacles

On souhaite en déduire le coefficient de traînée  $C_x$  pour chaque profil.

### 2.1 Régime d'écoulement de l'air autour de l'obstacle

La première étape consiste à caractériser l'écoulement pour connaître l'expression de la force de traînée. L'air est assimilé à un gaz parfait à la température ambiante  $T_0 = 300 \text{ K}$  sous la pression atmosphérique  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . On donne la masse molaire de l'air  $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$  et la constante des gaz parfaits  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

- a) En considérant la masse  $m$  d'air contenue dans un volume  $V$ , montrer que la masse volumique de l'air  $\mathbf{r}$  s'écrit :

$$\mathbf{r} = \frac{MP_0}{RT_0}$$

Calculer numériquement  $\mathbf{r}$ .

- b) Calculer le diamètre  $d$  des obstacles.
- c) Evaluer alors le nombre de Reynolds  $Re$  (voir 1.3) correspondant à l'écoulement d'air autour de l'obstacle. Quel est le régime d'écoulement correspondant ? On donne la viscosité de l'air  $\mathbf{h} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . En déduire l'expression de la force de traînée qui s'exerce sur les obstacles de la part de l'air en écoulement.

### 2.2 Classement des obstacles suivant leur coefficient de traînée

- a) A partir des résultats précédents et des données de l'énoncé, exprimer le coefficient de traînée  $C_x$  d'un obstacle en fonction de  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{r}$ ,  $S$  et  $v$ .
- b) Calculer numériquement le coefficient de traînée pour les obstacles proposés. On présentera les résultats sous forme d'un tableau.
- c) Classer les obstacles par coefficient de traînée croissant. Que pensez-vous de ce classement ?
- d) Quelle est la forme qui offre le moins de résistance à l'air ? Proposer une application courante de ce type de profil.

## 3. Sur la consommation en carburant d'une voiture

On souhaite à présent appliquer les résultats précédents à l'étude énergétique d'une voiture afin d'évaluer en particulier sa consommation en carburant et la quantité de  $CO_2$  rejeté dans l'atmosphère.

On considère une voiture se déplaçant à vitesse constante  $v$  sur une route horizontale. Pour une voiture moyenne, un constructeur automobile donne la surface frontale du véhicule  $S = 1,8 \text{ m}^2$  et son coefficient de traînée  $C_x = 0,40$ .

On suppose que la seule force de frottement qui s'exerce sur la voiture est due à l'écoulement de l'air autour du véhicule. La masse volumique de l'air  $\mathbf{r}$  a été déterminée en 2.1 a).

### 3.1 Puissance dissipée par les frottements

- a) Evaluer le nombre de Reynolds correspondant à l'écoulement de l'air autour d'une voiture roulant à  $v = 110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . On supposera que l'écoulement reste turbulent, même pour de tels nombres de Reynolds.
- b) Exprimer la force de frottement  $F$  exercée par l'air sur la voiture dans ces conditions. En déduire l'expression de la puissance dissipée par frottements  $P_{diss} = F v$  en fonction de  $\mathbf{r}$ ,  $C_x$ ,  $S$  et  $v$ .
- c) Calculer numériquement la puissance dissipée par frottements lorsque la voiture roule à la vitesse  $v = 110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .



### 3.2 Rendement thermodynamique du moteur de la voiture

La voiture étudiée est propulsée par un moteur thermique à essence. Le constructeur précise dans sa brochure que le véhicule consomme 6,0 L de carburant aux 100 km à la vitesse de 90 km.h<sup>-1</sup>. On se propose d'en déduire le rendement thermodynamique du moteur de notre voiture.

- Déterminer tout d'abord la durée  $\Delta t$  d'un trajet de longueur  $L_0$  parcouru en voiture à la vitesse constante  $v$ . En déduire l'énergie dissipée  $E_{diss}$  par les frottements de l'air au cours de ce trajet en fonction de  $P_{diss}$  et  $\Delta t$ , puis en fonction de  $r$ ,  $C_x$ ,  $S$ ,  $v$  et  $L_0$ .

L'essence utilisée dans la voiture admet un pouvoir calorifique massique  $q_m = 42,5 \cdot 10^3$  kJ.kg<sup>-1</sup> et une masse volumique  $r_{ess} = 734$  kg.m<sup>-3</sup>.

- Déterminer l'énergie thermique  $Q$  libérée par la combustion d'un volume  $V_{ess}$  d'essence dans le moteur en fonction de  $r_{ess}$ ,  $V_{ess}$  et  $q_m$ .

Le moteur admet un rendement thermodynamique  $r_{moteur}$ , rapport de l'énergie mécanique utile  $W_u$  sur l'énergie thermique  $Q$  libérée par la combustion du carburant.

- Déterminer l'énergie mécanique utile  $W_u$  fournie par le moteur lors de la combustion d'un volume  $V_{ess}$  d'essence en fonction de  $r_{moteur}$ ,  $r_{ess}$ ,  $V_{ess}$  et  $q_m$ .
- En supposant que toute l'énergie mécanique fournie par le moteur sert à compenser l'énergie dissipée par frottements afin de maintenir constante la vitesse de la voiture tout le long du trajet de longueur  $L_0$ , exprimer le rendement  $r_{moteur}$  du moteur en fonction de  $r$ ,  $C_x$ ,  $S$ ,  $v$ ,  $L_0$ ,  $r_{ess}$ ,  $V_{ess}$  et  $q_m$ .
- Calculer numériquement  $r_{moteur}$  en utilisant les données fournies par le constructeur.

### 3.3 Influence de la vitesse sur la consommation en carburant

On suppose pour simplifier que le rendement du moteur  $r_{moteur}$  déterminé précédemment est indépendant de la vitesse de la voiture et du régime moteur. On pose  $\mathbf{a} = \frac{V_{ess}}{L_0}$  la consommation en carburant de notre voiture.

- En utilisant les résultats précédents, exprimer  $\mathbf{a}$  en fonction de  $r$ ,  $C_x$ ,  $S$ ,  $v$ ,  $r_{ess}$ ,  $q_m$  et  $r_{moteur}$ .
- Calculer numériquement  $\mathbf{a}$  pour  $v = 50$  km.h<sup>-1</sup>, 90 km.h<sup>-1</sup>, 110 km.h<sup>-1</sup> et 130 km.h<sup>-1</sup>. On exprimera  $\mathbf{a}$  en litres d'essence pour 100 km parcourus (L/100 km). En déduire l'allure du graphe  $\mathbf{a} = f(v)$ . Conclure.

### 3.4 Quantité de CO<sub>2</sub> rejeté dans l'atmosphère

La combustion complète de 1,0 kg d'essence (constituée d'un mélange d'alcane  $C_6H_{14}$ ,  $C_7H_{16}$ , ...) rejette en moyenne 3,1 kg de CO<sub>2</sub> dans l'atmosphère.

- En déduire la quantité de CO<sub>2</sub> rejeté lors de la combustion de 1,0 L d'essence.
- Evaluer alors en grammes la quantité de CO<sub>2</sub> rejeté par kilomètre parcouru à la vitesse  $v = 90$  km.h<sup>-1</sup> puis à la vitesse  $v = 130$  km.h<sup>-1</sup>.
- Conclusion : quel moyen simple permettrait de réduire la production de CO<sub>2</sub> par les voitures ?

### 3.5 Une voiture en forme de poisson !

Un constructeur automobile allemand propose une voiture dont la forme est directement inspirée de celle d'un poisson, appelé le poisson-coffre (*ostracion cubicus*) (cliché 5).



cliché 5 : (en haut) le poisson coffre ; (en bas) le prototype bionics de Mercedes

Des essais en soufflerie ont permis d'évaluer son coefficient de traînée hors norme  $C_x = 0,20$  et sa surface frontale  $S = 1,8 \text{ m}^2$ .

- En supposant que le rendement thermodynamique du moteur  $r_{\text{moteur}}$  de la *bionics* est le même que celui qui a été déterminé en 3.2 et en utilisant les résultats précédents, évaluer la consommation en carburant de la *bionics* (exprimée en L/100 km) à la vitesse de  $90 \text{ km.h}^{-1}$ .

Les prototypes testés sur la route annoncent une consommation moyenne à  $90 \text{ km.h}^{-1}$  de 2,8 L de carburant aux 100 km !

- Comparer le résultat obtenu en a) à ceux obtenus sur la route par les prototypes du constructeur.
- Evaluer enfin la quantité de  $\text{CO}_2$  (en grammes) rejeté par kilomètre parcouru à  $90 \text{ km.h}^{-1}$ .
- Conclusion : quel est l'intérêt d'optimiser la forme aérodynamique d'une voiture ?

– FIN DE L'ENONCE –

